

مقایسه روش فراکتال و کریجینگ جهت تخمین اثر مقیاس طولی بر ضریب

انتشارپذیری عناصر ناپایدار در خاک

یاسر حسینی^{۱*}

Y_hoseini@uma.ac.ir

بهروز مهدی نژادیانی^۲

تاریخ پذیرش: ۹۴/۸/۱۳

تاریخ دریافت: ۹۳/۷/۱

چکیده

زمینه و هدف: مهم ترین پارامتر انتقال آلودگی و املاح در خاک، مقدار انتشار هیدرودینامیکی املاح در خاک است که به فاصله انتقال آلاینده ارتباط دارد. از آن جا که تئوری هندسه فراکتال و زمین آمار قادر به توضیح و پیش بینی پدیده هایی هستند که به فاصله ارتباط دارند، لذا در این تحقیق از روش فراکتال و زمین آمار برای تعیین انتشارپذیری استفاده شد.

روش بررسی: آزمایش انتقال املاح در ۱۶ نقطه از ستون عمودی خاک به قطر ۱۰ سانتی متر و طول ۱ متر انجام گردید و منحنی های رخنه حاصل در اعماق ۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ۳۰، ۳۶، ۴۲، ۴۸، ۵۴، ۶۰، ۶۶، ۷۲، ۷۸، ۸۴، ۹۰ و ۹۶ سانتی متر از کف مدل استخراج گردید. سپس معادله انتقال- انتشار با توجه به فرضیات فراکتالی در رابطه با ضریب انتشارپذیری به منحنی های رخنه حاصل برازش داده شد.

یافته ها: با توجه به آزمایشات جذب سطحی فسفر در خاک، همدمای جذب خطی فسفر از بهترین برازش در غلظت های ۴-۱۲-۲۵-۵۰-۷۰ میلی گرم در لیتر فسفر برخوردار بود. نتایج نشان داد که با انجام آزمون مقایسه میانگین ها، هر دو روش در سطح اعتماد یک درصد قادر به پیش بینی تغییرات و افزایش ضریب انتشارپذیری در ستون خاک می باشند، ولی روش فراکتال مقادیر را با دقت بیشتری برآورد نموده است.

بحث و نتیجه گیری: در تحقیق حاضر انتشارپذیری در طول نمونه از رابطه توانی پیروی نمود و ضرایب رگرسیونی مدل فراکتال و زمین آمار در پیش بینی مقادیر انتشارپذیری به ترتیب ۰/۹۷ و ۰/۸۴ به دست آمد.

واژه های کلیدی: انتشار پذیری، انتقال املاح، ستون عمودی، نظریه فراکتال ژئومتری، زمین آمار.

۱- دانشیار، گروه آبیاری دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی مغان، دانشگاه محقق اردبیلی، مغان، ایران. * (مسئول مکاتبات)

۲- استادیار، گروه مهندسی آب دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

Comparison of Fractal Geometry and Kriging Methods to Estimate the Effect of Length Scale on Dispersivity of Reactive Elements in Soil

Yasser Hosseini¹

Y_hosseini@uma.ac.ir

Behrouz Mehdinejadi²

Abstract

Background and Objectives: Hydrodynamic dispersion rate of solutes in soil is considered as the major parameter for pollution and solutes transport in soil, which is related to pollutant transport distance. As fractal geometry theory and geostatistical theory are capable of explaining and predicting the distance-related phenomena, this research used fractal geometry and geostatistics method for determining dispersivity.

Methods: Solutes transport experiment was carried out at 16 points of soil vertical column with a diameter of 10 centimeters and a length of 1 meter and BTCs were extracted at the depth of 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 54, 48, 60, 66, 72, 78, 90, 84, 96 centimeters from the model bottom. CDE equation was then fitted with the BTCs with respect to the fractal assumptions on dispersivity coefficients.

Findings: With respect to phosphorus absorption experiments in soil, phosphorus adsorption isotherm had the best fitting at 4, 12, 25, 50, 70 mg/l of phosphorus concentrations. The results showed that both methods are capable of predicting changes and increase of dispersivity coefficient in soil column after performing a mean-comparison test. However, fractal geometry method estimated values at a higher accuracy.

Discussion and Conclusion: Result showed that, dispersivity along the sample followed the exponential relation. The regression coefficients of the fractal and geostatistical models in predicting dispersivity values were 0.97 and 0.84, respectively.

Keywords: Dispersivity, Solutes Transport, Vertical Column, Theory of Fractal Geometry, Geostatistics

1 - Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture and Natural Resources, University of Moghan, Mohagheh Ardabili, Moghan, Iran. **(Corresponding author)*

2 -Assistant Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran.

مقدمه

یکی از فرضیات مطرح شده در رابطه با تاثیر عامل مقیاس بر ضریب انتشارپذیری در خاک، فرضیه فراکتال می‌باشد. هم‌چنین از آن‌جا که مدل‌هایی که بر اساس تئوری مقیاس استوار می‌باشند، از جمله مدل مورد تحقیق این پژوهش، مدل‌هایی هستند که در آن‌ها فرض می‌شود میانگین و واریانس توزیع، مقدار ثابتی دارد و کوواریانس آن‌ها فقط تابعی از فاصله مکانی دو نقطه است؛ لذا استفاده از روش کریجینگ که ارتباط مکانی بین داده‌های متغیر تصادفی را مشخص می‌کند، می‌تواند برای تعیین ارتباط مکانی انتشارپذیری در طول ستون خاک و تعیین ارتباط طول نمونه بر میزان انتشارپذیری مورد استفاده قرارگیرد که در پژوهش‌های علمی کمتر به آن پرداخته شده است.

هدف از این تحقیق، شبیه سازی حرکت املاح واکنش دهنده (ناپایدار) در خاک به وسیله مدل عددی توسعه یافته CDE و در نظر گرفتن اثر مقیاس با توجه به فرضیه فراکتال ژئومتری برای معادله انتقال - انتشار است. استفاده از علم زمین آمار برای یافتن ارتباط مکانی ضرایب انتشارپذیری اعماق مختلف ستون خاک و مقایسه این دو روش در تخمین مقدار ضریب انتشارپذیری در اعماق مختلف از اهداف دیگر این تحقیق می‌باشد.

Grisak و Pickens (۲) بیان کردند وقتی طول ستون خاک برابر ۳۰ سانتی‌متر باشد، مقدار ضریب انتشارپذیری طولی (αL) برابر ۰/۳۵ سانتی‌متر است. این درحالی است که وقتی طول ستون خاک به ۳ متر برسد، مقدار آن به ۳ سانتی‌متر افزایش می‌یابد و وقتی نهایتاً طول ستون خاک به ۵۰۰ سانتی‌متر می‌رسد مقدار آن ۹ سانتی‌متر می‌شود. بر این اساس با افزایش طول ستون خاک، مقدار انتشارپذیری طولی جهت تطابق داده‌ها با مقادیر به دست آمده از فرمول CDE افزایش می‌یابد. توللی (۳) نیز همین آزمایش را با داده‌های بیشتری انجام داد و به نتایج مشابهی دست یافت. Oakes و Edworthy (۴) با تزریق شعاعی^۴ و ضربانی^۵ در دو چاه، در

در دو دهه اخیر مدل‌های زیادی برای بررسی حرکت املاح در خاک‌های غیر همگن ارائه شده است. این مدل‌ها به خوبی قادر به شبیه سازی حرکت املاح در خاک‌های همگن و در شرایط اشباع می‌باشند. اما در شبیه سازی جریان املاح در مقیاس مزرعه ای ازدقت بالایی برخوردار نمی‌باشند. علت اصلی این عدم تطابق تغییرات مکانی خصوصیات خاک می‌باشد. انتشارپذیری^۱ یک پارامتر قابل اندازه‌گیری محیط متخلخل می‌باشد که در معادله جابه‌جایی - انتشار^۲ به کار رفته است. گاهی این کمیت برای کل محیط متخلخل ثابت در نظر گرفته می‌شود. در طول سه دهه اخیر مطالعات صورت گرفته نشان داده است که تعیین یک مقدار ثابت برای انتشارپذیری همیشه کافی نبوده، بلکه انتشارپذیری به «فاصله انتقال^۳» و یا طول آب‌خوان بستگی دارد (۱). دانستن نحوه حرکت املاح در خاک جهت شناسایی و جلوگیری از منابع آلوده کننده آب‌های زیرزمینی امری ضروری است. در این زمینه مدل‌های زیادی برای بررسی حرکت املاح در خاک ارائه شده است. این مدل‌ها به خوبی قادر به شبیه سازی حرکت املاح در خاک‌های همگن می‌باشند ولی در شرایط مزرعه‌ای از دقت زیادی برخوردار نمی‌باشند. علت اصلی این عدم تطابق، تغییرات مکانی خصوصیات خاک می‌باشد. یکی از مدل‌های ارائه شده در خاک‌های همگن مدل CDE یا معادله کلاسیک جابه‌جایی - انتشار در خاک می‌باشد. این مدل در شرایطی که خاک همگن بوده و جریان در محیط اشباع صورت گیرد و املاح با خاک واکنش انجام ندهند (املاح پایدار)، به خوبی قادر به شبیه سازی جریان املاح در محیط متخلخل می‌باشد. در شرایط مزرعه‌ای همه موارد نام برده شده میسر نمی‌گردد. از این رو بررسی حرکت املاح در شرایطی که خاک ناهمگن بوده و املاح با خاک واکنش داده و جذب شوند با واقعیت تطابق مناسبی خواهد داشت. هم‌چنین، تعیین معادله CDE با در نظر گرفتن اثر مقیاس، مساله مهمی است که نتایج مدل CDE را به واقعیت نزدیک‌تر می‌نماید.

- 1 -Dispersivity
- 2 -Advection-Dispersion
- 3 -Travel Distance

- 4 -Radial Injection
- 5 -Pulse Injection

آب‌خوان ماسه سنگی دریافتند که مقدار انتشارپذیری برای کل عمق نفوذی ۲ تا ۴ برابر مقدار آن در لایه‌های جدا می‌باشد. Gimenez و همکاران (۵) با درجه اطمینان ۰/۹۵، همبستگی مثبت و ضعیفی (۰/۳۷) بین عمق و انتشارپذیری در بالای عمق ۳ متر با استفاده از برومید در شرایط آبیاری دائمی غرقابی به دست آوردند. Oakes (۴) (به نقل از Ayatamuno (۶)) به افزایش ناچیزی در مقدار انتشارپذیری با عمق (تا ۲ متر)، با استفاده از ردیاب‌های نیترات و تریتیوم در آزمایش‌های مزرعه‌ای در حالت غیراشباع دست یافت.

مدل فراکتال انتقال- انتشار رابطه توانی را برای بررسی ضریب انتشارپذیری طولی و ارتباط آن را با طول نمونه بیان می‌کند. با توجه به این فرضیه، Huang و همکاران (۷) با در نظر گرفتن فرضیات فراکتال و حل عددی مدل انتقال- انتشار کلاسیک مقدار عامل مقیاس را برای طول‌های مختلف و در نهایت کل ستون خاک برآورد نمودند. ایشان عامل مقیاس را در آزمایشات خود برابر ۱/۷۳ محاسبه کردند و رابطه توانی استخراج شده در آزمایشات ایشان $D = \lambda \cdot X^b$ بود که مقدار b برابر ۱/۷۳ به دست آمد.

Martinez و همکاران (۸) در تحقیق خود بر روی چند نمونه خاک با بافت‌های مختلف و طول‌های مختلف اثر عامل مقیاس را از روش حل معکوس بررسی نمودند و بیان کردند در سرعت‌های مختلف و در حالت اشباع مقادیر به دست‌آمده برای عامل مقیاس دارای مقادیر مختلف می‌باشد، به طوری که که با افزایش سرعت جریان، میزان عامل مقیاس کاهش می‌یابد.

Kirda و همکاران (۹) با استفاده از ستون‌های خاک با قطر ۷/۵ سانتی متر و طول ۶۰ سانتی متر که با خاک شن- لومی و اندازه ذرات کوچک‌تر از ۰/۵ میلی‌متر پر شده بود، مقدار انتشارپذیری را در حدود ۱ سانتی متر ($a \approx 1cm$) به دست آوردند. آن‌ها ملاحظه کردند که ضریب انتشار هیدرودینامیکی پیش‌بینی خوبی از نحوه توزیع کلرید در مدت ۲۵ ساعت آزمایش با استفاده از مدل جابه‌جایی - انتشار می‌دهد و حتی بعد از مدت زمان ۱۰۰ ساعت با وجود اینکه کاهش اساسی در

سرعت حرکت واقعی آب در طول آزمایش پیش‌آمد نتیجه کاملاً رضایت بخش بود.

Al-tabbaa و همکاران (۱۰) در یک تانک افقی آزمایشگاهی به طول ۰/۴۵ متر، عرض ۰/۳۸ متر و ارتفاع ۰/۲۵ متر با استفاده از خاک‌های ماسه‌ای همگن در سه اندازه ریز، متوسط و درشت در حالت اشباع، تحت شرایط جریان یک بعدی با آلایندگی کلرید سدیم دریافتند که متوسط سرعت حرکت آلایندگی در فواصل انتقال کوتاه بیشتر از متوسط سرعت حرکت آب در داخل خلل و فرج است و نفوذپذیری خاک‌ها روی عملکرد انتشار بی‌تاثیر بوده است، بطوری که نفوذپذیری ماسه درشت ۲۰ برابر بزرگ‌تر از ماسه متوسط بود، اما ضریب انتشار هیدرودینامیکی آن فقط ۲۰٪ بزرگ‌تر شد. آنان انتشارپذیری ماسه را به تفکیک در ضخامت ۰/۱۸ متر تحت شرایط یک بعدی جریان به دست آوردند. انتشارپذیری ماسه درشت ۷/۶۴ سانتی متر، ماسه متوسط ۶/۳ سانتی متر و ماسه ریز ۴/۲۷ سانتی متر به دست آمد. آن‌ها همچنین در آزمایشی بر روی ماسه متوسط همگن در سه ضخامت، ۸، ۱۸ و ۲۵ سانتی متر نتیجه گرفتند که رفتار انتشار به وسیله ضخامت خاک (حجم خاک) نیز کنترل شده بوده و تنها وابسته به فاصله انتقال نیست.

Pachepsky (۱۱) با آزمایش یون CL^- در ستون خاک شنی مطالعاتی را بر روی تابع ADE^۲ و FADE^۳ انجام داد و توانایی این توابع را در پیش‌بینی حرکت املاح در خاک ناهمگن بررسی نمود و به این نتیجه رسید که ضریب روده‌واری^۴ که مقدار آن بین صفر تا ۲ متغیر می‌باشد، اگر به سمت ۲ میل کند تابع FADE به ADE نزدیک می‌شود و در خاک شنی تابع FADE توانایی شبیه‌سازی بیشتری نسبت به تابع ADE دارد.

Zhou و Wang (۱۲) نیز اثر عامل مقیاس را در ستون خاک مطالعه نمودند آن‌ها اثر عامل مقیاس را در اعداد پکلت (Peclet) کم و زیاد در ستون خاک مطالعه نمودند و به این

2 - Advection Dispersion Equation

3- Fractional Advection Dispersion Equation

4 - Fractional

1- Discrete Layers

L: طول منحنی وار مسیر جریان.

V: متوسط سرعت واقعی آب زیرزمینی.

D: ضریب انتشار هیدرودینامیکی در جهت طولی (درجهت جریان).

C: غلظت ماده محلول.

T: زمان انجام آزمایش.

پیش‌گام بودن مؤلفه‌هایی از سرعت جریان مایعات در خاک سبب می‌شود که بخش پیش‌تاز با مایع موجود ترکیب شده و غلظت آن متفاوت گردد. البته میزان و شدت اختلاط بستگی به عواملی از قبیل میانگین سرعت، توزیع خلل و فرج، میزان رطوبت خاک، شیب غلظت املاح و... داشته و در صورتی که سرعت جریان قابل توجه باشد، تأثیر نسبی انتشار مکانیکی بیش از پخشیدگی گردیده و می‌توان از پخشیدگی صرف‌نظر نمود. از طرف دیگر در مواردی که محلول خاک در حال سکون باشد، انتشار مکانیکی نقشی ایفا نمی‌کند. در اشتقاق معادلات پخشیدگی املاح از ضریب دیگری (D_m) استفاده می‌شود که با میانگین سرعت جریان v ، رابطه خطی زیر را دارد. عباسی (۱۶):

$$D_m = \alpha \cdot v \quad (2)$$

که α یک ضریب تجربی موسوم به انتشارپذیری^۱ می‌باشد. به علت تشابه تأثیر بین پخشیدگی و انتشار مکانیکی بهتر است این دو فرآیند را جمع پذیر تلقی کرده و ضریب D_s و D_m را در یک ضریب پخشیدگی و انتشار D که تابعی از رطوبت خاک θ و میانگین سرعت V است ادغام کرد. مجموع دو فرآیند پخشیدگی مولکولی و انتشار مکانیکی را انتشار هیدرودینامیکی می‌گویند.

$$D(\theta, V) = D_s + D_m(v) \quad (3)$$

ب - اثر فراکتال ژئومتری

انتشارپذیری طولی که با طول جریان در ارتباط می‌باشد را انتشارپذیری اصلی^۲ می‌نامند. حتی در محیط‌هایی که به نظر همگن می‌رسند تغییرات هدایت هیدرولیکی در مسیر جریان

نتیجه رسیدند که عامل مقیاس اثر تعیین کننده بر شبیه سازی حرکت املاح در خاک دارد.

Darby و Nasser (۱۳) شستشوی خاک را در غلظت‌های مختلف نیترات آزمایش نمودند. بافت خاک مورد آزمایش از نوع لومی بود. آزمایشات نشان داد که با به کار بردن مقادیر مختلف نیترات غلظت جذب شده آن در خاک مورد آزمایش متفاوت خواهد بود. مدل سازی آبشویی نیترات با استفاده از برنامه Hydrus-2D و CXFIT به خوبی حرکت املاح در ستون خاک را مدل نمود.

Chou و همکاران (۱۴) با استفاده از مدل HYDRUS حرکت املاح را به درون رودخانه مدل نمودند. ایشان از یک ستون خاک برای برآش خروچی‌های مدل با خروجی‌های مدل انتشار- انتقال استفاده نمودند. سرعت جریان به کار رفته بین مقادیر ۰/۵، ۱، ۱/۵، ۲ سانتی متر بر ساعت متغیر بود. نتایج نشان داد که سرعت جریان به مقدار انتشارپذیری وابسته نمی‌باشد؛ ولی در حالت جریان غیر اشباع مقدار انتشارپذیری با سرعت جریان ارتباط داشت.

Chamkha (۱۵) مطالعات خود را روی تأثیر عامل مقیاس در انتقال املاح واکنش دهنده در خاک انجام داد. وی دو تابع را جهت در نظر گرفتن افزایش ضریب انتشارپذیری با مقیاس مورد توجه قرارداد که از نوع توانی و چند جمله‌ای بودند. به دلیل غیر خطی بودن جذب ماده در خاک، حل تحلیلی برای انتقال املاح در خاک مورد استفاده قرار نگرفت و از حل عددی تابع انتقال- انتشار استفاده گردید. نتایج نشان داد تابع توانی انتشارپذیری بهتر می‌تواند حرکت املاح را در خاک پیش‌بینی نماید.

تئوری مساله

الف- معادله کلی جابه‌جایی املاح در جریان اشباع عمومی‌ترین شکل معادله‌ی یک بعدی جابه‌جایی- انتشار، به صورت ساده و کاربردی زیر ارائه شده است:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{d^2 c}{dl^2} - v \frac{dc}{dl} \quad (1)$$

1 -Dispervivity

2 -Macro dispersion

جدول ۱- نتایج آزمایشات فیزیکی و شیمیایی

خاک

Table 1. Results of soil physical and chemical properties.

نمونه	۱
فسفر (Ppm)	۷/۱۸
PH	۶/۹۵
هدایت الکتریکی (dS/m)	۱/۴۹۳
درصد کربن آلی %OC	۰/۷۶
درصد آهک %TNV	۱۶/۱
چگالی ظاهری (gr/cm ³)	۱/۳۲
چگالی حقیقی (gr/cm ³)	۲/۳۹
سیلت (%)	۳۵
رس (%)	۱۱
شن (%)	۵۴
بافت	لوم-شنی

منبع: (۱۷)

۲- آزمایشات جذب سطحی فسفر

در پژوهش حاضر از عنصر جذب شونده فسفر استفاده شد. لذا تعیین ایزوترم جذب جهت به کارگیری در معادله انتقال - انتشار لازم است. آزمایشات جذب سطحی فسفر بر روی نمونه خاک که از مزارع دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی مغان تهیه شده بود، به صورت زیر انجام شد. مقدار ۲ گرم خاک در داخل لوله سانتیفریژ ریخته و به آن ۴۰ میلی لیتر محلول کلرید کلسیم ۱٪ مولار حاوی فسفر به غلظت‌های ۴-۱۲-۲۵-۵۰-۷۰ میلی-گرم در لیتر فسفر که از نمک دی‌آمونیم فسفات [(NH₄)₂HPO₄] تهیه شده بود اضافه و دو قطره تولوئن (به منظور جلوگیری از فعالیت میکروارگانیسم‌ها)، ریخته شد. نمونه‌ها به مدت ۳۰ دقیقه توسط تکان‌دهنده مکانیکی تکان داده شده و پس از ۲۴ ساعت سکون در دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد به مدت ۳۰ دقیقه دیگر تکان داده شد. در پایان لوله‌های سانتیفریژ به مدت ۱۰ دقیقه با ۲۰۰۰ دور در دقیقه (با

باعث تغییر سرعت جریان در آن‌ها شده و تغییرات انتشارپذیری مکانیکی را به همراه دارد. یکی از روش‌های ریاضی برای بیان پدیده انتشار، روش هندسه فراکتال^۱ می‌باشد. Mandelbrot (۱۷) بیان داشت اساس روش فراکتال بر این اصل استوار می‌باشد که پدیده‌هایی که از یک قانون معین پیروی نمی‌کنند، در مقیاس‌های مختلف تکرار می‌شوند. این پدیده به نام خود شبیهی^۲ شناخته می‌شود. به عقیده Mandelbrot اندازه‌گیری طول یک خط غیرمستقیم با مقیاس‌های متفاوت نتایج متفاوتی را دربردارد. به طوری که اگر به طور مثال مقیاس اندازه‌گیری ۱۰۰km باشد عددی که به دست می‌آید با زمانی که مقیاس اندازه‌گیری ۱m باشد متفاوت خواهد بود. Mandelbrot نشان داد که طول ثابتی وجود دارد که به واحد اندازه‌گیری مربوط نمی‌باشد.

$$J = N\eta^f \quad \text{مقدار ثابت} = \quad (۴)$$

طول ثابت = J، تعداد واحد ها = N، واحد اندازه‌گیری = η ،

ضریب روده واری = f

در این رابطه، f مقادیری بین ۱ و ۲ را اختیار می‌کند. اگر f=۱ باشد، خط مستقیم بوده و اگر ۲ باشد خط غیر مستقیم و نامنظم است. براساس نظریه فوق، بین ضریب انتشارپذیری طولی در حالتی که مسیر مستقیم در نظر گرفته شود و در حالتی که مسیر به صورت فراکتال باشد رابطه زیر برقرار می‌گردد:

$$\alpha_m = \alpha_f \eta^{1-f} X_s^{f-1} \quad (۵)$$

رابطه (۵) بیانگر این مساله است که با افزایش طول نمونه‌گیری

ضریب انتشار طولی افزایش می‌یابد. اگر f=۱ باشد، مقدار α_m برابر با α_f می‌گردد.

مواد و روش‌ها

۱- تعیین خصوصیات فیزیکی و شیمیایی خاک: نتایج آزمایشات فیزیکی و شیمیایی خاک در جدول (۱) نشان داده شده است.

1 - Fractal geometry

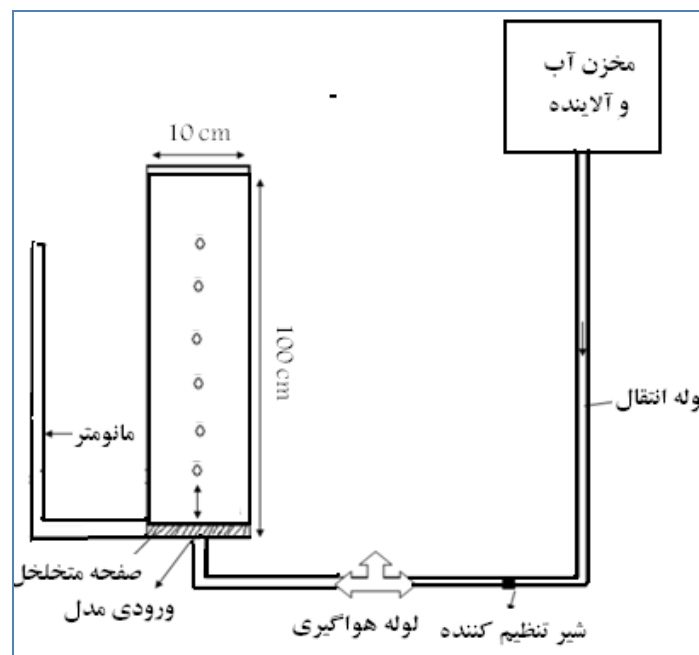
2 - Self- Similarity

خروجی تشکیل شده بود که بر روی یک چهار پایه قرار داشت و جریان آب و آلاینده از قسمت ورودی که در کف مدل تعبیه شده بود وارد محیط متخلخل می‌شد. در قسمت کف مدل، یک صفحه از جنس پلکسی‌گلاس و یک پارچه نازک برای جلوگیری از ریزش ذرات خاک وجود داشت. آب و آلاینده از منبع توسط یک لوله به قسمت ورودی می‌رسید و وارد محیط متخلخل می‌شد که در طول این مسیر یک شیر کنترل و یک شیر تخلیه هوا وجود داشت تا از ورود هوا به سیستم جلوگیری شود. در بدنه مدل و در طول های ۶، ۱۲، ۲۴، ۳۰، ۳۶، ۴۲، ۴۸، ۵۴، ۶۰، ۶۶، ۷۲، ۷۸، ۸۴، ۹۰ سانتی متر از کف مدل، لوله‌هایی به منظور نمونه‌گیری تعبیه شده بود. مدل فیزیکی مورد استفاده، در شکل (۱) نمایش داده شده است.

استفاده از دستگاه سانتریفوژ مدل (Hettich K25) سانتریفوژ گردید. به منظور حصول اطمینان از زلال بودن محلول رویی از کاغذ صافی واتمن ۴۲ عبور داده شد. سپس غلظت فسفر به روش مورفی و ریلی تعیین گردید. تفاوت بین مقدار فسفر در محلول اولیه و محلول نهایی مساوی با مقدار فسفر جذب شده به وسیله خاک در نظر گرفته شد. برای تعیین مقدار جذب شده فسفر توسط خاک بر حسب میلی‌گرم بر کیلوگرم خاک، عدد حاصل از تفریق بین مقدار فسفر در محلول اولیه و محلول نهایی در حجم محلول به کار رفته (۴۰ میلی لیتر) ضرب و بر وزن خاک استفاده شده، تقسیم گردید.

۳- مدل فیزیکی پژوهش

مدل فیزیکی مورد استفاده در آزمایشات، یک لوله PVC به ارتفاع ۱۰۰ cm بود. مدل از ۳ قسمت ورودی، محیط تخلخل و



شکل ۱- مدل فیزیکی استفاده شده در تحقیق

Figure 1. Schema of physical model

$$t = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{S_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}\right)}} \quad (6)$$

که در این رابطه X نتایج حاصل از آزمایشات و Y نتایج حاصل از معادلات می باشد. در این رابطه S_p برآوردی از واریانس جامعه X و Y می‌باشد. مقدار t به دست آمده از این

۴- تعیین مقادیر بهینه پارامترهای مدل

برای بررسی تفاوت میانگین‌های نتایج حاصل از توابع جذب فسفر توسط خاک و ایزوترم‌های جذب فسفر و نیز مقایسه دو روش کریجینگ و فراکتال، از آزمون مقایسه میانگین‌ها (T-Student) استفاده شد. رابطه t برای مقایسه دو میانگین به صورت زیر می باشد.

نتایج و بحث

۱- جذب سطحی فسفر: نتایج آزمایش مطالعه همدماهای جذب فسفر در خاک در جدول (۲) ارائه شده است. این نتایج نشان می‌دهد که هرکدام از ایزوترم‌ها به خوبی ارتباط فسفر محلول در تعادل و فسفر جذب سطحی شده را نشان می‌دهند. همان‌طور که در جدول (۳) نشان داده شده است، ضرایب همبستگی برای هر یک از این مدل‌ها با انجام آزمایش T-student در سطح پنج درصد معنی‌دار نمی‌باشد. از میان این روابط، رابطه خطی با داشتن ضریب همبستگی بالاتر از دقت بیشتری برخوردار بوده و هم‌چنین معادله ون‌های و فراندلیچ نیز نسبت به معادله لانگ‌مویر دارای ضریب همبستگی بالاتری می‌باشد. شیروانی و شریعت‌مداری (۱۸) نیز در خاک‌های استان اصفهان به همین نتیجه دست یافتند.

رابطه با مقادیر t جداول احتمالی با درجات آزادی و سطح اطمینان معین مقایسه می‌گردد و در صورتی که این مقدار کمتر از t جدول باشد، نشان‌دهنده معنی‌دار نبودن تفاوت میانگین‌های دو جامعه می‌باشد. با توجه به این که یکی از فرضیات مهم توزیع t برابری واریانس دو جامعه می‌باشد، برای آزمون برابری واریانس دو جامعه از توزیع F استفاده می‌شود. در این حالت F محاسبه و با F جدول مقایسه می‌شود، در صورتی که F محاسباتی بزرگ‌تر از F جدول باشد، به جای استفاده از توزیع t از توزیع t' استفاده می‌گردد. در هر یک از آزمایشات جهت استفاده از آزمون مقایسه میانگین‌ها، نخست آزمون F انجام شد.

$$F = \frac{S^2_{Max}}{S^2_{Min}} \quad (7)$$

جدول ۲- ضرایب مربوط به ایزوترم‌های جذب لانگ‌مویر، فروندلیچ، ون‌های و خطی

Table2. Adsorption coefficient of Langmuir, Freundlich, Van Huay and linear isotherms.

معادله لانگ‌مویر			معادله خطی		معادله ون‌های		معادله فراندلیچ			معادله
R ²	k(lit/mg)	B(mg/kg)	R ²	k(lit/mg)	R ²	n	R ²	k(lit/mg)	1/n	نمونه خاک
۴۷	۰/۰۱	۱۰۰۰	۸۶	۵/۵	۸۵	۴۸/۶۶	۸۵	۲۶/۵۸	۰/۶	۱

جدول ۳- نتایج حاصل از انجام آزمون تفاوت میانگین در ایزوترم‌های جذب فسفر در سطح پنج درصد

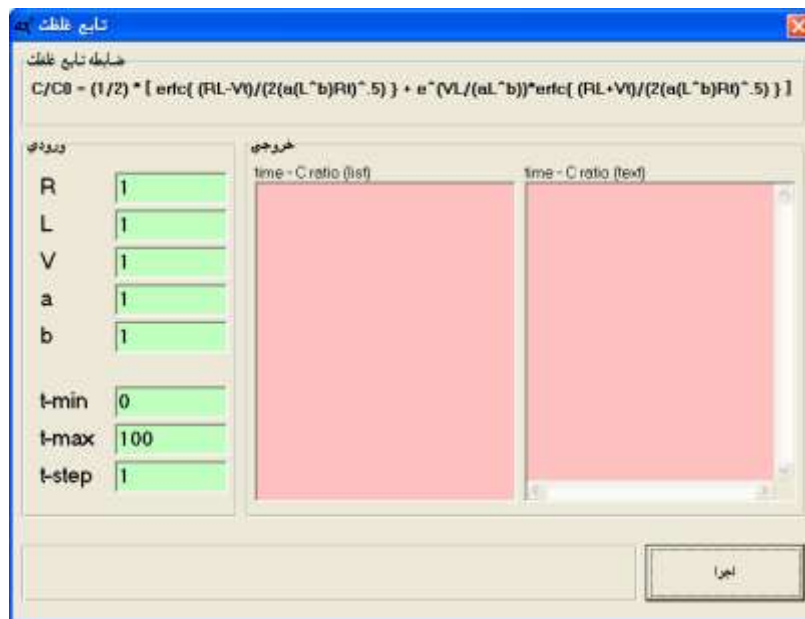
Table3. The results of mean difference test between adsorption isotherms at level of five percent

نتایج آزمون تفاوت واریانس مقادیر مشاهداتی و ایزوترم خطی		نتایج آزمون تفاوت واریانس مقادیر مشاهداتی و ایزوترم فراندلیچ	
F آستانه	۰/۸۷	F آستانه	۰/۷۹
F	۰/۵	F	۰/۵
آزمون T بین مقادیر مشاهداتی و ایزوترم خطی		آزمون T بین مقادیر مشاهداتی و ایزوترم فراندلیچ	
آماري t	۰/۰۱	آماري t	۰/۲۹
آستانه t	۱/۶۸	آستانه t	۱/۶۸
نتایج آزمون تفاوت واریانس مقادیر مشاهداتی و ایزوترم لانگ‌مویر خطی		نتایج آزمون تفاوت واریانس مقادیر مشاهداتی و ایزوترم ون‌های	
F آستانه	۰/۶۳	F آستانه	۲/۵۴
F	۰/۵۰	F	۲/۰۱
آزمون T بین مقادیر مشاهداتی و ایزوترم خطی لانگ‌مویر		آزمون T بین مقادیر مشاهداتی و ایزوترم ون‌های	
آماري t	۰/۱۶	آماري t	۰/۴۴
آستانه t	۱/۶۸	آستانه t	۱/۶۸

گردید که کمترین واریانس بین مقادیر غلظت مشاهده شد و نتایج حاصل از معادله انتقال - انتشار به دست آمد. بدین صورت مقادیر مختلف a , b برای هر یک از آزمایشات، در اعماق مختلف حاصل شد که در اشکال ۳ تا ۱۸ نشان داده شده است. جهت بررسی میزان دقت داده‌های به دست آمده از برنامه کامپیوتری با مقادیر حاصل از آزمایش، آزمون T- student برای اعماق مختلف و هر یک از آزمایشات انجام گرفت. نتایج نشان داد که در هیچ یک از اعماق، این اختلاف در سطح ۵ درصد معنی دار نمی‌باشد. لذا برنامه به خوبی توانسته است با تغییر مقادیر مختلف a و b معادله CDE را به خوبی از بین مقادیر حاصل از آزمایش عبور داده و بهترین مقادیر a و b را استخراج نماید.

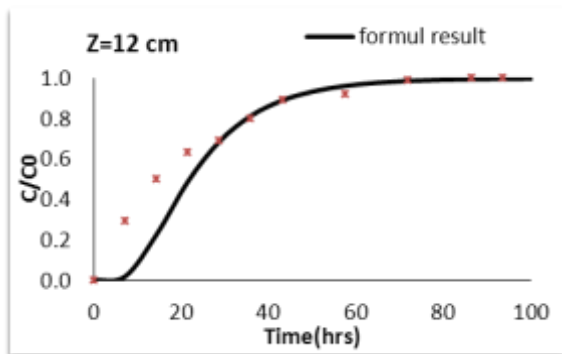
۲- آزمایشات انتقال آلاینده با شدت جریان و فواصل انتقال متفاوت

این بخش شامل نتایج آزمایشات انتقال املاح (آلاینده ها) با منبع نقطه‌ای دابمی در خاک و با فواصل انتقال متفاوت است. در تمامی آزمایش‌ها کلیه شرایط یکسان و ثابت نگه داشته شد و تنها فاصله انتقال آلاینده متغیر بود. آزمایشات در ۱۶ فاصله انتقال ۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ۳۰، ۳۶، ۴۲، ۴۸، ۵۴، ۶۰، ۶۶، ۷۲، ۷۸، ۸۴، ۹۰، ۹۶ متر انجام شد. مقدار شدت جریان انتقال آلاینده cm/s $10^{-5} \times 75$ بود. با استفاده از برنامه کامپیوتری نوشته شده به زبان مطلب (شکل ۲) و با قرار دادن پارامترهای جریان در این برنامه و با فرض رابطه توانی بین ضریب انتشارپذیری و طول نمونه، بهترین مقادیر b (توان معادله فراکتال) و a (ضریب معادله فراکتال) به گونه‌ای تعیین



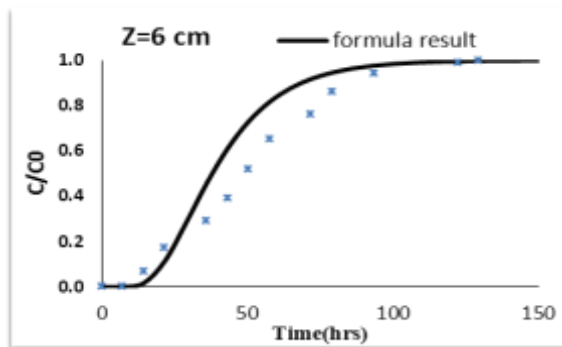
شکل ۲- برنامه نوشته شده به زبان مطلب برای استخراج مقادیر a, b (ضریب و توان)

Figure 2. Program has written in MATLAB to determine values of a, b (power and coefficient)



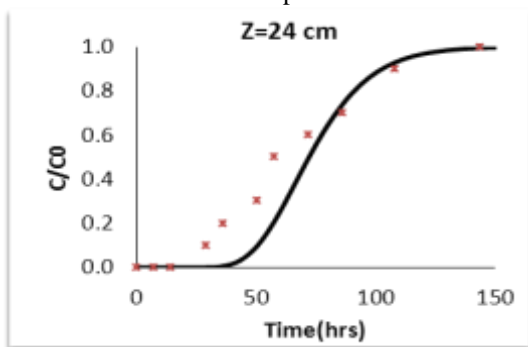
شکل ۴- منحنی BTC حاصل از فرمول در عمق ۱۲ سانتی متری

Figure 4. BTC curve from CDE formula at 12cm depth



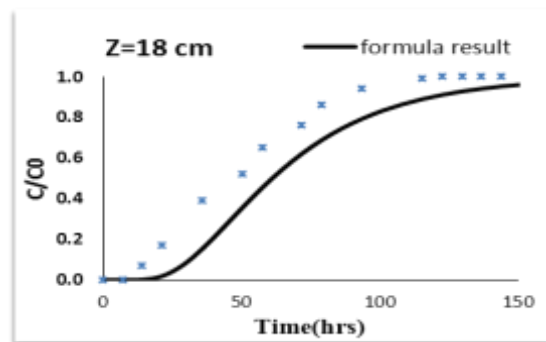
شکل ۳- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۶ سانتی متری

Figure 3. BTC curve from CDE formula at 6cm depth



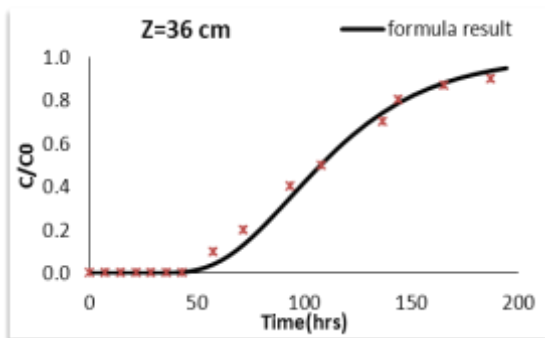
شکل ۶- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۲۴ سانتی متری

Figure 6. BTC curve from CDE formula at 24cm depth



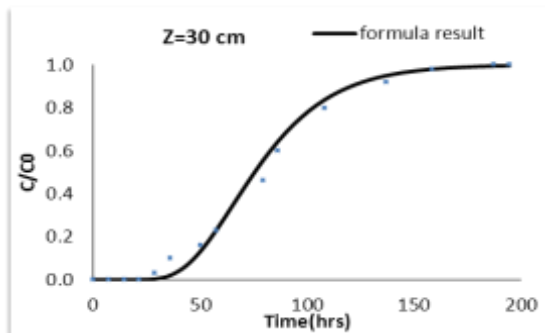
شکل ۵- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۱۸ سانتی متری

Figure 5. BTC curve from CDE formula at 18cm depth



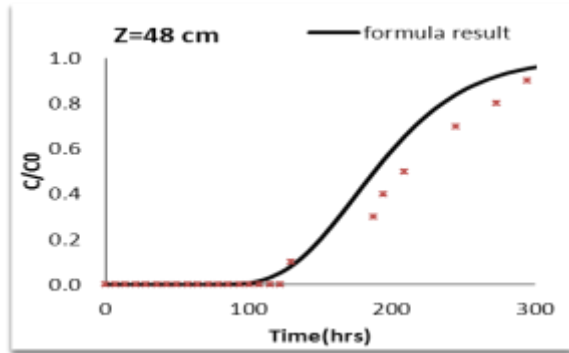
شکل ۸- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۳۶ سانتی متری

Figure 8. BTC curve from CDE formula at 36cm depth



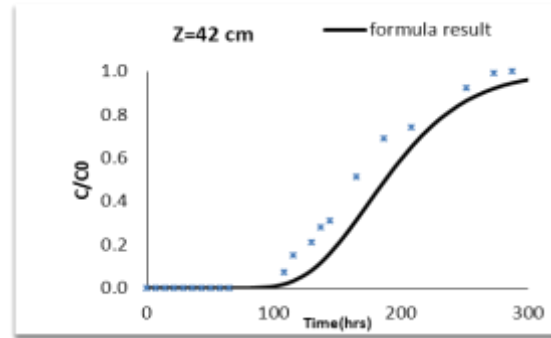
شکل ۷- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۳۰ سانتی متری

Figure 7. BTC curve from CDE formula at 30cm depth



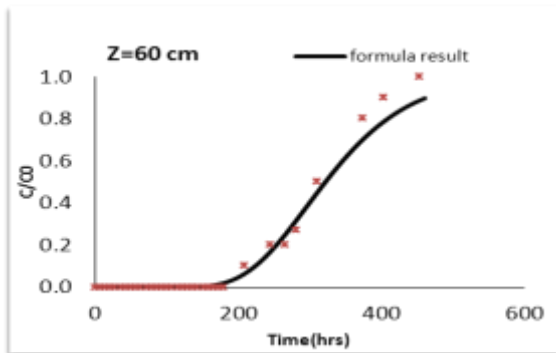
شکل ۱۰- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۴۸ سانتی متری

Figure 10. BTC curve from CDE formula at 48cm depth



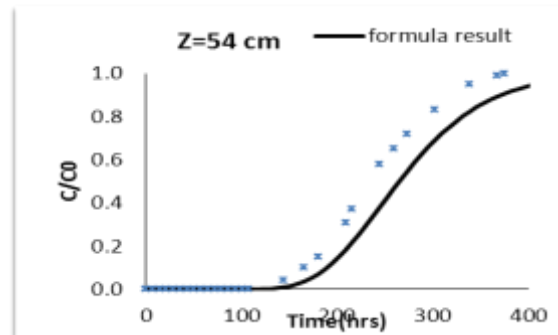
شکل ۹- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۴۲ سانتی متری

Figure 9. BTC curve from CDE formula at 42cm depth



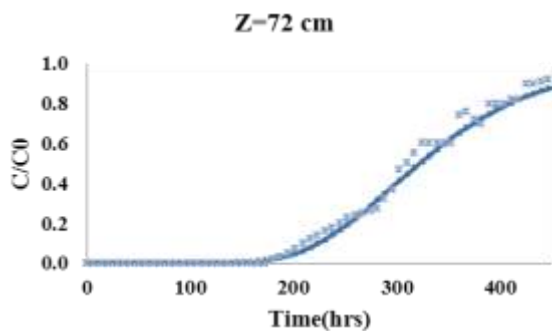
شکل ۱۲- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۶۰ سانتی متری

Figure 12. BTC curve from CDE formula at 60cm depth



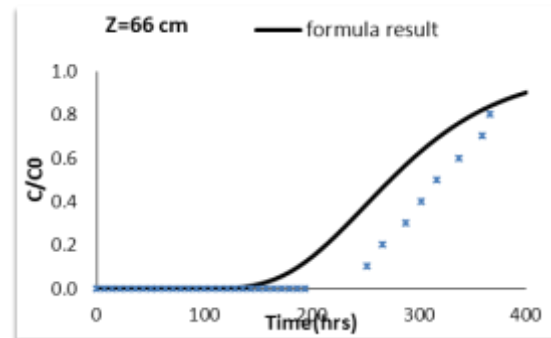
شکل ۱۱- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۵۴ سانتی متری

Figure 11. BTC curve from CDE formula at 54cm depth



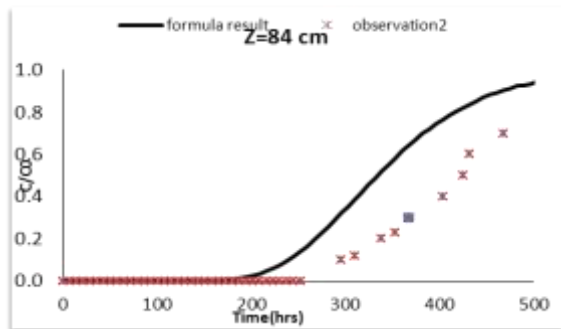
شکل ۱۴- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۷۲ سانتی متری

Figure 14. BTC curve from CDE formula at 72cm depth



شکل ۱۳- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۶۶ سانتی متری

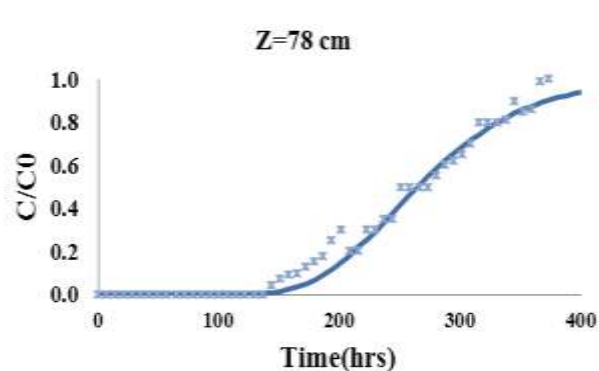
Figure 13. BTC curve from CDE formula at 66cm depth



شکل ۱۶- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق

۸۴ سانتی متری

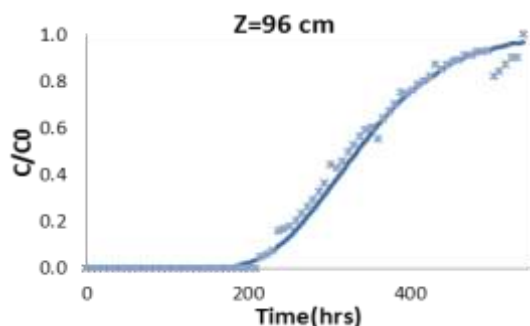
Figure 16. BTC curve from CDE formula at 84cm depth



شکل ۱۵- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق

۷۸ سانتی متری

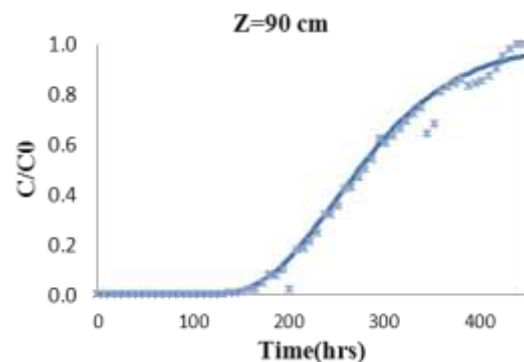
Figure 15. BTC curve from CDE formula at 78cm depth



شکل ۱۸- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق

۹۶ سانتی متری

Figure 18. BTC curve from CDE formula at 96cm depth



شکل ۱۷- منحنی BTC حاصل از فرمول CDE در عمق ۹۰

سانتی متری

Figure 17. BTC curve from CDE formula at 90cm depth

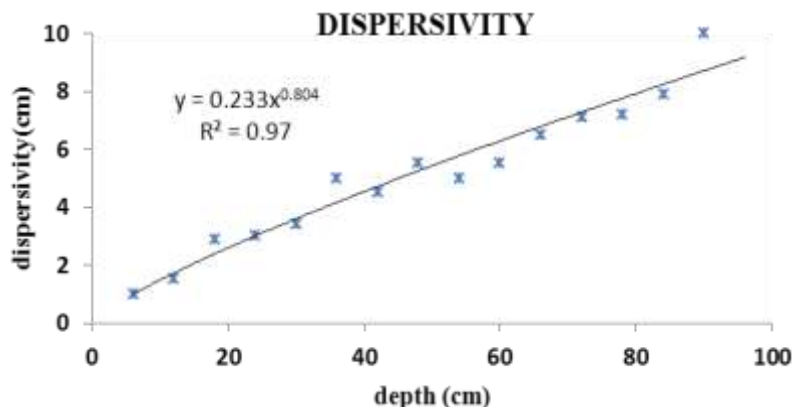
نتایج به دست آمده از این تحقیق هم خوانی دارد. همان طور که اشاره شد، بعضی از محققین ارتباط ضریب انتشارپذیری را با طول نمونه به صورت خطی بیان نموده اند و رابطه خطی را برای توصیف میزان ضریب انتشارپذیری و ارتباط آن با فاصله انتقال بیان نموده اند (Porro و همکاران (۲۱) و Pachepsky (۱۱)). ولیکن مطالعه حاضر نشان داد که جهت تعیین دقیق رابطه انتشارپذیری و فاصله انتقال، همان طور که در تئوری روده‌واری فراکتال بیان شده است، این ارتباط غیر خطی و به صورت نمایی می باشد. Neuman (۲۲) و Yates (۲۳) نیز تحقیقاتی در این زمینه انجام دادند و ارتباط ضریب انتشارپذیری را با فاصله انتقال با استفاده از فرضیه روده‌واری فراکتال استخراج نمودند. به طور کلی با توجه به نتایج حاصل از این تحقیق، می توان نتیجه گرفت که فرضیات روده واری فراکتال، میزان انتشار پذیری طولی را کمی بیشتر از مقادیر به دست آمده از رابطه

با در نظر گرفتن فاصله در اعماق مختلف و مقادیر بهینه به دست آمده برای مقادیر مختلف a, b مقدار ضریب انتشارپذیری در اعماق مختلف محاسبه شد که نتایج حاصل از آن در جدول (۳) ارایه شده است. در این جدول ستون اول مربوط به ضریب انتشارپذیری به دست آمده با فرض فرضیه فراکتال می باشد. با استفاده از رگرسیون توانی معادله، بهترین خط برازش داده شده بین مقادیر مختلف ضریب انتشار پذیری و اعماق مختلف ستون خاک به دست آمد که در شکل (۱۹) نشان داده شده است. ضریب انتشار پذیری برای کل ستون خاک از رابطه $\lambda = 0.233 L^{0.80}$ پیروی می کند که در این رابطه λ ضریب انتشارپذیری بر حسب سانتی متر و L برابر طول ستون خاک بر حسب سانتی متر می باشد، این معادله دارای ضریب رگرسیون ۹۷ درصد است. نتایج تحقیقات Connor و Timsina (۱۹) و Abrecht و Parker (۲۰) با

ایشان $D = \lambda \{X\}^b$ محاسبه گردید که مقدار b برابر $1/73$ به دست آمد. تأثیر پارامتر عامل مقیاس در آزمایشات Huang تقریباً برابر تأثیر عامل مقیاس در آزمایشات این تحقیق می باشد. محققینی، از جمله Pickens و Grisak (۲) ارتباط بین فاصله انتقال و میزان ضریب انتشارپذیری را در آزمایشات خود به صورت یک رابطه خطی بیان نموده اند که با فرض رابطه خطی بین ضریب انتشارپذیری و طول نمونه، مقادیر به دست آمده برای ضریب انتشارپذیری کمتر از نتایج حاصل از فرضیات فراکتال خواهد بود.

اکثر تحقیقات جدید انجام شده ارتباط عامل مقیاس و طول نمونه را بیشتر به صورت توانی گزارش نموده اند. به طور مثال در تحقیقی که توسط Rajanayaka (۲۵) انجام شده است و در ستون طولانی اثر عامل مقیاس را بررسی نموده است، به رابطه توانی اثر عامل مقیاس و ارتباط آن با طول نمونه دست یافته است. تحقیقی که توسط Pachepsky و همکاران (۱۱) انجام شده است، از یون کلر در ستون خاک شنی برای بررسی توانایی مدل FADE در انتقال املاح در خاک و مقایسه آن با مدل ADE استفاده شده است. آن‌ها تغییرات عامل مقیاس را بین صفر و ۲ برآورد نموده اند و بیان کرده اند که ضریب رابطه توانی در آزمایشات آن‌ها در اعماق مختلف تقریباً مقدار ثابتی داشته و فقط توان معادله فراکتال تغییر می نماید. در این تحقیق نیز، ضریب a در انتقال املاح در طول‌های مختلف تقریباً ثابت می باشد و توان معادله فراکتال تأثیر بیشتری در عامل مقیاس و میزان انتشار هیدرودینامیکی املاح دارد.

خطی نشان می دهد. این نتیجه با تحقیقات Neuman و همکاران (۲۲) و Yates (۲۳) مطابقت دارد. Selim و Zhou (۲۴) با استفاده از عناصر منیزیم و کلسیم در ستون‌های خاک به طول ۵۰ و ۱۰۰ سانتی متر و در نظر گرفتن تابع جذب سینتیکی برای این عناصر، اثر عامل مقیاس را در ستون خاک مورد مطالعه قرار دادند. در پژوهش ایشان مقادیر مختلف عامل مقیاس در تابع انتقال - انتشار لحاظ شد و مقادیر منحنی رخنه حاصل از تابع فراکتال انتقال - انتشار با نتایج حاصل از آزمایشات غلظت برازش داده شد و بهترین مقادیر عامل مقیاس در آزمایشات محاسبه گردید. آن‌ها مقادیر $1/25$ ، $1/75$ ، 2 را برای عامل مقیاس در تابع انتقال انتشار لحاظ نمودند. نتایج حاصل از تحقیق حاضر مقدار عامل مقیاس را برای کل ستون خاک $1/76$ برآورد نموده است که این نشان دهنده بالا بودن تأثیر عامل مقیاس در پارامتر انتشارپذیری می باشد. این نتیجه با نتایج حاصل از مطالعات Zhou و Selim (۲۴) مطابقت دارد. آن‌ها بیان کرده اند که مقادیر عامل مقیاس در خاک‌های همگن بیش از خاک‌های غیرهمگن می باشد. مدل فراکتال انتقال - انتشار رابطه توانی را برای بررسی ضریب انتشارپذیری طولی و ارتباط آن را با طول نمونه بیان می کند. با توجه به این فرضیه Huang و همکاران (۷) با در نظر گرفتن فرضیات فراکتال و حل عددی مدل انتقال - انتشار کلاسیک، مقدار عامل مقیاس را برای طول‌های مختلف و در نهایت کل ستون خاک برآورد نمودند. ایشان عامل مقیاس را در آزمایشات خود برابر $1/73$ به دست آوردند و رابطه توانی استخراج شده در آزمایشات

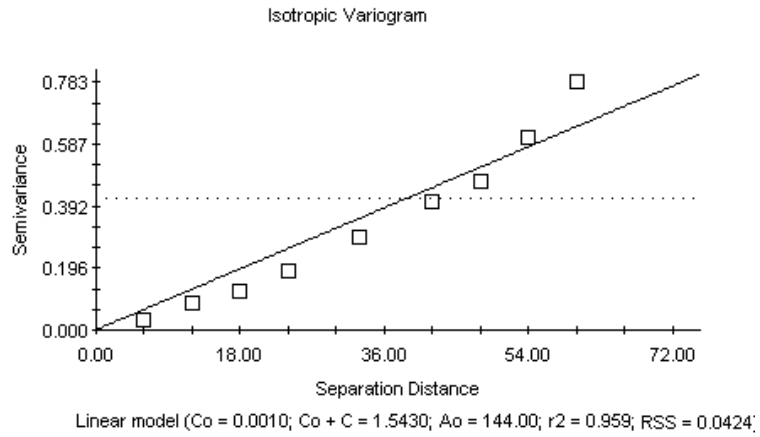


شکل ۱۹- بهترین خط برازش داده شده جهت تعیین ضریب انتشارپذیری برای کل ستون خاک
Figure 19. The best fit line to determine dispersivity for entire soil column

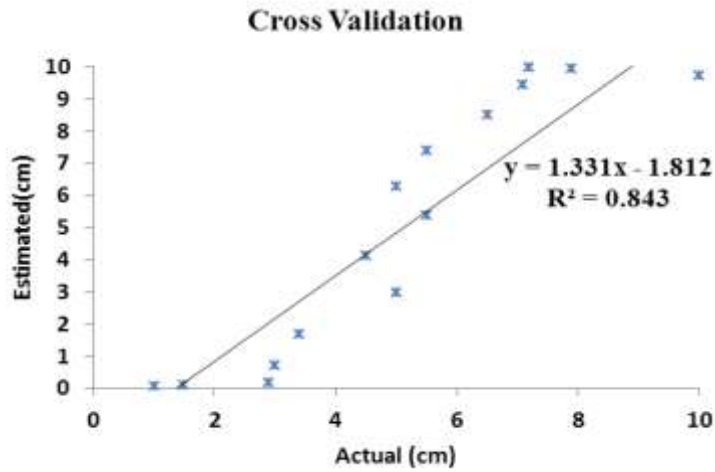
ساختار فضایی به دست آمده از استحکام قابل قبولی برخوردار بود. سپس با استفاده از روش اعتبار سنجی متقابل دقت برآورد مذکور بررسی شد.

نتایج این روش با توجه به مقدار ضریب رگرسیون به دست آمده (۰/۸۴) نشان داد که تخمین مذکور از دقت بالایی در برآورد ضریب انتشارپذیری در طول ستون خاک برخوردار است (شکل ۲۱). با انجام آزمون مقایسه میانگین ها (جدول ۴) و مقایسه نتایج به دست آمده از روش فراکتال و زمین آمار مشخص گردید که هر دو روش تا سطح اعتماد یک درصد قادر به پیش بینی تغییرات افزایش ضریب انتشارپذیری در ستون خاک می باشند، ولی روش فراکتال مقادیر را با دقت بیشتری برآورد نموده است.

پس از تعیین ضریب انتشارپذیری در اعماق مختلف و با توجه به آن که مقدار تفاوت مقادیر ضریب انتشارپذیری در اعماق مختلف آزمایش شده، به فاصله آن ها از هم ارتباط داشت، لذا با استفاده از مدل GS^+ مقادیر ضریب انتشارپذیری اعماق مختلف، با استفاده از زمین آمار تخمین زده شد. از آن جا که جهت برآورد به روش کریجینگ نیاز به داده های با توزیع نرمال می باشد، منحنی فراوانی داده ها به دست آمد و با استفاده از روش تبدیل لگاریتمی، داده ها به توزیع نرمال نزدیک شدند. همان طور که در شکل (۲۰) نشان داده شده است، واریوگرام های به دست آمده، از ساختار فضایی مدل خطی^۱ با اثر قطعه- ای ۰/۰۱ و سقف ۱/۵۴ پیروی نمودند و از آن جا که نسبت مولفه ساختاردار به بی ساختار آن بزرگتر از ۰/۵ محاسبه گردید، لذا



شکل ۲۰- واریوگرام خطی ضریب انتشارپذیری برای کل ستون خاک
 Figure 20. Linear variogram of dispersivity for entire soil column



شکل ۲۱- اعتبار سنجی^۱ ضریب انتشارپذیری برای کل ستون خاک
 Figure21. Validation of dispersivity for the entire soil column

جدول ۳- مقادیر مختلف ضریب انتشار پذیری در اعماق مختلف ستون خاک
 Table 3. Dispersivity values at different depths of soil column

عمق (cm)	انتشارپذیری (cm)		
	آزمایش	فرض فراکتال	زمین آمار
۶	۱	۰/۹۸	۰/۰۸
۱۲	۱/۵	۱/۷۲	۰/۱
۱۸	۲/۹	۲/۳۸	۰/۱۸
۲۴	۳	۳	۰/۷۱
۳۰	۳/۴	۳/۵۹	۱/۶۹
۳۶	۵	۴/۱۶	۲/۹۸

۴۲	۴/۵	۴/۷۰	۴/۱۲
۴۸	۵/۵	۵/۲۴	۵/۳۹
۵۴	۵	۵/۷۶	۶/۲۶
۶۰	۵/۵	۶/۲۷	۷/۳۷
۶۶	۶/۵	۶/۷۷	۸/۵۱
۷۲	۷/۱	۷/۲۶	۹/۴۲
۷۸	۷/۲	۷/۷۴	۹/۹۸
۸۴	۷/۹	۸/۲۱	۹/۹۳
۹۰	۱۰	۸/۶۸	۹/۷۳
۹۶	۱۰/۵	۹/۱۴	۹/۷۷

جدول ۴ - نتایج حاصل از انجام آزمون تفاوت میانگین ضریب انتشارپذیری کل ستون خاک در سطح اعتماد یک درصد

Table 4. The results of mean difference for dispersivity of the soil column in one percent level of confidence

فراکتال			زمین آمار		
F آستانه	۱/۱۹		F آستانه	۰/۴۴	
F	۳/۷۰		F	۰/۲۷	
t	۰/۰۷		t	۰/۰۴	
آستانه t	۲/۴۷		آستانه t	۲/۴۹	

نتیجه گیری

هستند که در آن‌ها فرض می‌شود پارامترهای مدل به صورت تصادفی تغییر کرده و فقط می‌توان این پارامترها را با یک توزیع آماری توصیف نمود و مقادیر هر پارامتر به وسیله یک تابع توزیع احتمال بیان می‌گردد و فرض می‌شود که متغیر تصادفی در هر نقطه مکانی دارای توزیع مشابهی است. با این فرض، میانگین و واریانس توزیع مقدار ثابتی دارد و کوواریانس آن‌ها فقط تابعی از فاصله مکانی دو نقطه می‌گردد. این موضوع در واریوگرام‌های به‌دست آمده در علم زمین آمار نیز دیده می‌شود و در زمین آمار نیز توزیع واریانس نقاط به توزیع مکانی آن‌ها مرتبط نبوده و فقط به فاصله جفت نقاط وابسته می‌باشد. لذا استفاده از روش زمین آمار در این پژوهش جهت به‌دست آوردن ارتباط ضریب انتشار پذیری و تاثیر عامل مقیاس در آن، نتایج دقیقی در سطح اعتماد یک درصد در برداشت. لیکن روش

افزایش ضریب انتشارپذیری طولی در کل ستون خاک مشاهده گردید و روند افزایشی آن به خوبی با فرضیه روده واری فراکتال که ارتباط ضریب انتشارپذیری طولی را با طول نمونه به صورت معادله نمایی در نظر می‌گیرد، تطابق مناسبی نشان داد. برازش معادله کامل شده انتقال- انتشار با فرض پدیده روده‌واری فراکتال و اعمال ایزوترم جذب سطحی در آن، در همه اعماق به‌کار رفته، به خوبی توانست منحنی رخنه حاصل از آزمایشات را پیشبینی نماید و با انجام آزمون مقایسه میانگین‌ها مشخص شد که بین نتایج حاصل از مدل فراکتال انتقال - انتشار و نتایج ستون عمودی خاک در اعماق مختلف، اختلاف معنی‌داری در سطح یک درصد مشاهده نمی‌شود. هم‌چنین نتایج تحقیق نشان داد، مدل‌هایی که بر اساس تئوری مقیاس استوار می‌باشند، از جمله مدل مورد تحقیق این پژوهش، مدل‌هایی

8. Martinez, F., Pachepsky, Y.A., Rawls, W.J., 2009. Modeling Solute Transport in Soil Columns Using Advective-Dispersive Equation with Fractional spatial derivatives. *Advances in Engineering Software*. Vol. 41, pp.4-8
9. Kirda, C., Nielson, D. R., Biggar, J. W., 1973. Simultaneous transport of chloride and water during infiltration, *Soil Science*. Vol. 37, pp.39-345
10. Al-tabbaa, A., ayotonomo, j, m., Martin, R, J., 2000. One dimensional solute transport in stratified sands at short travel distances. *Journal of Hazardous Materials*, Vol. 73, pp.1-15
11. Pachepsky, Ya., Giménez, A. D., Rawls, W, J., 2000. Bibliography on applications of fractals in soil science, *Fractals in Soil Science*. Vol. 27, pp. 273-295
12. Wang, H., Persaud, N., Zhou, X., 2006. Specifying Scale – dependent Dispersivity in Numerical Solutions of the Convection-Dispersion Equation. *Soil Science*. Vol. 70, pp.1843-1850.
13. Darby, A., Abdel-Nasser, G., 2006. Nitrate leaching through unsaturated soil columns: comparison between numerical and analytical solutions. *J. Applied Sci.*, Vol. 6, pp. 735-743.
14. Chou, P. Y., Wyseure, G., 2009. Hydrodynamic dispersion characteristics of lateral inflow into a river tested by a laboratory model. *Hydrol. Earth Syst.Sci*. Vol. 13, pp.217-228
15. Chamkha, A. J., 2007. Numerical Modeling of Contaminant Transport with. Spatially-Dependent Dispersion and Non-Linear. Chemical Reaction. *Nonlinear Analysis: Modelling and control* Vol. 12(3), pp. 329-343

فراکتال ژئومتری، نسبت به روش کریجینگ از دقت بالاتری در تخمین میزان انتشارپذیری خاک در اعماق مختلف برخوردار بود.

منابع

1. Wirenga, P.J., 2004. Solute transport in porous media. Scale Effect. Unrestricted in HTML. Vol. 28, pp.350-358
2. Pickens, J. F., and Grisak, G. E., 1981. Modeling of scale-dependent dispersion in hydrogeologic systems. *Water Resour. Res.* Vol. 17(6), pp. 1701-1711.
۳. توللی. ح و سمنانی. ا، ۱۳۸۱، روش های تجزیه خاک ها، گیاهان ، آب ها و کودها، انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز.
4. Oakes, D.B., Edworthy, D.J., 1977. Field measurements of dispersion coefficients in the nited Kingdom, in *Groundwater Quality, Measurment, Peridiction and Protection*, Water Research Center, Reading, England, Vol. 47, pp. 327-340
5. Gime´nez, D., Rawls, W., Perfect, E., Pachepsky, Ya., 1998. Fractal models for predicting soil hydraulic properties: A review, *Eng, Geol*, Vol. 48, pp.161–167
6. Ayatamuno, J. M., 1998. Contaminant transport and immobilization in stratified sands, PhD-Thesis, University of Birmingham, UK. p.234
7. Huang, G., Huang, Q., Zhan, H., 2006. Evidence of one-dimensional scale-dependent fractional advection dispersion. *Journal of contaminant hydrology* Vol. 85, pp.53-71.

- Water Resour. Res. Vol. 29, pp.1321–1330.
22. Neuman, S.P., 1990. Universal scaling of hydraulic conductivities and dispersivities in geologic media. Water Resource Res. Vol. 26, pp.1749–1758.
23. Yates, S.R., 2000. An analytical solution for one-dimensional transport in heterogeneous porous media. Water Resour. Res. Vol. 23, pp.31-2338
24. Zhou, L.H., Selim, M., 2001. Solute Transport in Layered Soils: Nonlinear and Kinetic Reactivity. Soil Science Vol. 65, pp.1056-1064
25. Rajanayaka, C., Samarasinghe S., 2002. A Comparative Study of Parameter Estimation in Hydrology Modelling: Artificial Neural Networks and Curve Fitting Approaches, Centre for Advanced Computational Solutions.
۱۶. عباسی. فریبرز، ۱۳۸۶، فیزیک خاک پیشرفته، انتشارات دانشگاه تهران، ص ۲۴۱.
17. Mandelbrot, B.B., 1967. How long is the coastline of Great Britain? Statistical selfsimilarity and fractional dimension. Science Vol. 155, pp. 636-638.
۱۸. شیروانی. م و شریعتمداری. ح، ۱۳۸۰، استفاده از همدماهای جذب در تعیین شاخص های ظرفیت بافری و نیاز استاندارد فسفر برخی خاک های آهکی استان اصفهان، پژوهش کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان.
19. Timsina, J., Connor, D.J., 2001. Productivity and management of rice-wheat cropping systems: Issues and challenges. Field crop Res. Vol. 69, pp.93-132
20. Parker, J.C., Abrecht, K.A., 1987. Sample volume effect of solute transport predictions, Water Resource Res. Vol. 23, pp. 2293-2310
21. Porro, I., Wierenga, P.J., Hills, R. G., 1993. Solute transport through large uniform and layered soil columns.